

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) разработан на основе рабочей программы дисциплины ОУД.04 Математика (углубленный уровень), в соответствии с требованиями ФГОС СПО по специальности 21.02.19 «Землеустройство», утверждённого приказом Министерства просвещения РФ от 18.05.2022 г. № 339, рекомендациями Министерства просвещения РФ по реализации среднего общего образования в пределах освоения образовательной программы среднего профессионального образования от 01.03.2023 г. № 05-592 и примерной программой общеобразовательной учебной дисциплины «Математика» для профессиональных образовательных организаций, рекомендованных Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением дополнительного профессионального образования «Институт развития профессионального образования» (ФГБОУ ДПО «ИРПО») в качестве примерных программы для реализации основной профессиональной образовательной программы СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (Протокол № 14 от 30 ноября 2022 г.)

1. Паспорт фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

1.1 Цели и задачи промежуточной аттестации

Целью промежуточной аттестации обучающихся является установление соответствия результата освоения обучающимися личностных, метапредметных, предметных результатов освоения программы дисциплины требованиям к результатам освоения основной образовательной программы ФГОС среднего общего образования, сформированности общих компетенций требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 21.02.19 «Землеустройство», рабочей программы учебной дисциплины ОУД.04 Математика (углубленный уровень).

Главной задачей промежуточной аттестации обучающихся является проверка и оценка уровня освоения обучающимися предметных результатов освоения программы учебной дисциплины ОУД.04 Математика (углубленный уровень).

Предметные результаты:

П1 умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

П2 умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

П3 умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

П4 умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

П5 умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать; признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

П6 умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

П7 умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные,

иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

П8 умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

П9 умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

П10 умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

П11 умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

П12 умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и

электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

П13 умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

П14 умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

П15 умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

П16 умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

П17 умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов,

произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

П18 умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

П19 умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

1.2. Форма промежуточной аттестации

- Экзамен (1, 2 семестры).

Фонд оценочных средств содержит контрольно-оценочные средства, необходимых для проведения экзамена.

1.3. Система оценивания результатов выполнения заданий

Оценивание результатов выполнения заданий промежуточной аттестации обучающихся осуществляется на основе следующих принципов:

достоверности оценки – оценивается уровень сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций, продемонстрированных обучающимися в ходе выполнения задания;

адекватности оценки – оценка выполнения заданий должна проводиться в отношении тех компетенций, которые необходимы для эффективного выполнения задания;

надежности оценки – система оценивания выполнения заданий должна обладать высокой степенью устойчивости при неоднократных оценках уровня сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций обучающихся;

комплексности оценки – система оценивания выполнения заданий должна позволять интегративно оценивать общие и профессиональные компетенции обучающихся;

объективности оценки – оценка выполнения конкурсных заданий должна быть независимой от особенностей профессиональной ориентации или предпочтений преподавателей, осуществляющих контроль или аттестацию.

При выполнении процедур оценки заданий используются следующие основные методы:

метод расчета первичных баллов;

метод расчета сводных баллов;

Результаты выполнения заданий оцениваются в соответствии с разработанными критериями оценки.

Используется пяти бальная шкала для оценивания результатов обучения:

Перевод пяти бальной шкалы учета результатов в пяти бальную оценочную шкалу:

Оценка	Количество баллов, набранных за выполнение теоретического и практического задания, средний балл по итогам аттестации
Оценка 5 «отлично»	4,6-5
Оценка 4 «хорошо»	3,6-4,5
Оценка 3 «удовлетворительно»	3-3,5
Оценка 2 «неудовлетворительно»	$\leq 2,9$

1.4. Материально-техническое обеспечение для проведения промежуточной аттестации

Выполнение заданий промежуточной аттестации проводится в учебном кабинете математики.

1.5 Учебно-методическое и информационное обеспечение для проведения промежуточной аттестации

Основные учебные издания

1. Башмаков, М. И. Математика: учебник /М.И. Башмаков.- 2-е изд., стер.- М.: КНОРУС, 2019.- 394с.- (СПО) <https://www.book.ru>
2. Богомолов, Н.В., Самойленко, П.И. Математика: учебник для СПО /Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко.- М.: Юрайт, 2019.- 401с.- (Профессиональное образование) <https://urait.ru>
3. Богомолов, Н.В. Практические задания по математике. В 2-х ч. Ч.1: учеб. пособие для СПО /Н.В. Богомолов.- 11-е изд., перераб. и доп.- М.: Юрайт, 2019.- 326с.- (Профессиональное образование). <https://urait.ru>
4. Богомолов, Н.В. Практические задания по математике. В 2-х ч. Ч.2: учеб. пособие для СПО /Н.В. Богомолов.- 11-е изд., перераб. и доп.- М.: Юрайт, 2019.- 251с.- (Профессиональное образование). <https://urait.ru>
5. Гусев, В. А. Геометрия: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 280 с. — (Профессиональное образование) <https://urait.ru>

Дополнительные учебные издания

6. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва: Издательство Юрайт,

2020. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8.

Гриф УМО СПО <https://urait.ru>

7. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 439 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09108-3. Гриф УМО СПО <https://urait.ru>

8. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 320 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09135-9. Гриф УМО СПО <https://urait.ru>

9. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия для профессий и специальностей социально-экономического профиля/ Гусев В.А. , Григорьев С.Г. , Иволгина С.В. - 2-е изд. стер.— М.: Академия, 2018.- 416 с. <https://academia-library.ru>

Интернет-ресурсы

10.. www.fcior.edu.ru (Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР)).

11. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов)

12. www.Ucheba.com (Образовательный портал «Учеба»: «Уроки» (www.uroki.ru))

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

13. Методические указания для обучающихся по выполнению практических работ.

2. Контрольно-оценочные средства

Объекты оценивания:

П1 умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

П2 умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

П3 умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

П4 умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

П5 умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать; признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

П6 умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

П7 умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

П8 умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

П9 умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

П10 умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

П11 умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

П12 умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

П13 умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

П14 умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол,

пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

П15 умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

П16 умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

П17 умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

П18 умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

П19 умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и

явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

Метод проведения аттестации: выполнение экзаменационного комплексного задания.

Задание:

1. Ответить на вопросы.
2. Решить задачи.

Форма аттестации: выполнение комплексного задания.

Задание:

1. Теоретическое: ответить на два вопроса, при выполнении задания обучающийся может в письменной форме составить план ответа на вопрос;
2. Практическое: выполнение двух практических заданий.

Условия выполнения задания:

- 1) задание выполняется в кабинете «Математика»;
- 2) обучающиеся отвечают на два теоретических вопроса;
- 3) практическое задание выполняется письменно на бумажном носителе.
- 4) время, отводимое на выполнение задания - 270 минут, в том числе:
- 5) письменный ответ на вопросы – 240 мин: (15 мин на подготовку, 225 мин на собеседование)
- 6) решение задачи - 30 мин.
- 7) максимальный балл за задание - 5 баллов, в том числе:
ответ на вопросы - 2 балла;
выполнение письменного задания - 3 балла.

I семестр

Перечень теоретических вопросов

1. Целые и рациональные числа.
2. Действительные числа.
3. Приближенные вычисления.
4. Комплексные числа.
5. Корни и степени.
6. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
7. Степени с рациональными показателями, их свойства.
8. Степени с действительными показателями, их свойства.
9. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество.
10. Логарифмы. Свойства логарифмов.
11. Логарифм. Десятичные и натуральные логарифмы.
12. Логарифм. Определение. Правила действий с логарифмами.
13. Логарифм. Основные понятия. Переход к новому основанию.
14. Преобразование алгебраических выражений.
15. Преобразование рациональных и иррациональных выражений.
16. Преобразование степенных и показательных выражений.

17. Преобразование показательных и логарифмических выражений.
18. Радианная мера угла. Вращательное движение.
19. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
20. Знаки, числовые значения и свойства четности, нечетности тригонометрических функций.
21. Тригонометрические функции числового аргумента.
22. Основные тригонометрические тождества.
23. Формулы приведения.
24. Формулы сложения.
25. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.
26. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.
27. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.
28. Преобразования простейших тригонометрических выражений.
29. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
30. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
31. Простейшие тригонометрические уравнения.
32. Простейшие тригонометрические неравенства.
33. Функции. Основные понятия. Область определения и множество значений.
34. Функции. График функции.
35. Функции. Построение графиков функций, заданных различными способами.
36. Функции. Свойства функции.
37. Функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность.
38. Функции. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Графическая интерпретация.
39. Сложная функция (композиция). Арифметические операции над функциями.
40. Функции. Понятие о непрерывности функции.
41. Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции.
42. Обратные функции. Свойства. График обратной функции.
43. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
44. Логарифмические уравнения и неравенства.
45. Показательная функция, ее свойства и график.
46. Показательные уравнения и неравенства.
47. Степенная функция, ее свойства и график.
48. Уравнения и неравенства степенной функции.
49. Область определения и множество значений функции $y = \sin x$, ее свойства и график.

50. Область определения и множество значений функции $y = \cos x$, её свойства и график.
51. Область определения и множество значений функции $y = \operatorname{tg} x$, её свойства и график.
52. Область определения и множество значений функции $y = \operatorname{ctg} x$, её свойства и график.
53. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно осей координат.
54. Преобразования графиков функций. Параллельный перенос.
55. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно начала координат.
56. Преобразования графиков функций. Симметрия относительно прямой $y=x$.
57. Преобразования графиков функций. Растяжение и сжатие вдоль осей координат.
58. Уравнения. Равносильность уравнений,
59. Уравнения. Основные приемы их решения.
60. Системы уравнений. Равносильность систем уравнений.
61. Системы уравнений. Основные приемы их решения.
62. Неравенства. Основные приемы их решения.
63. Неравенства. Равносильность неравенств.
64. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств.
65. Метод интервалов.
66. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.
67. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Перечень задач

Развитие понятия о числе

1. Вычислить:

$$(1+i)^8$$

2. Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z = -5i$$

3. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i$$

Найдите: $z_1 \cdot z_2$

4. Даны числа:

$$z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$$

$$z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

Найдите: $z_1 - z_2$

5. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах: $z = 1 - i\sqrt{3}$

6. Граница абсолютной погрешности приближенного значения 386 числа x равна 0,5. Укажите границы, в которых заключено число x .

7. Даны приближенные значения числа $x=2/3$: $a=0,6$; $b=0,66$; $c=0,67$. Какое из этих трёх приближений является лучшим?

8. Даны числа:

$$z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$$

$$z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$\frac{z_1}{z_2}$$

Найдите: z_2

9. Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z = -2$$

10. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i$$

Найдите: $z_1 + z_2$

11. Вычислить:

$$\frac{1+i}{1-i}$$

12. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах:

$$z = 2i$$

13. В результате измерений получили, что длина карандаша равна 18 см, а длина комнаты равна 820 см. Что можно сказать о качестве этих двух измерений?

14. Найти относительную погрешность числа 6,8, если обе цифры его верны в строгом смысле.

15. Вычислите относительную погрешность числа $\pi \approx 3,14$, считая $\pi \approx 3,1416$

16. Выполнить действие $(2+3i)(3-i)$.

17. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 - i$.

18. Даны комплексные числа $z_1 = 13 + i$, $z_2 = 7 - 6i$. Найти

$$\frac{z_1}{z_2}$$

частное z_2

19. Даны числа:

$$z_1 = 2 + 5i$$

$$z_2 = 1 - i \quad \text{Найдите: } z_1 - z_2$$

20. Представьте комплексное число в тригонометрической и показательной формах: $z = -3i$

Корни, степени и логарифмы

1. Вычислите $\log_5 \log_2 \log_3 \log 512$

2. Вычислите $\frac{2^3 \cdot 11^5}{22^3}$

3. Вычислите $\frac{1}{2} \log_4 7 + \log_4 32 - \frac{1}{2} \log_4 28$

4. Вычислите $\log_3 12 - \frac{1}{2} \log_3 32 + \frac{1}{2} \log_3 6$

5. Вычислите $\frac{0,25^4 \cdot 8^3}{2^5}$

6. Вычислите $\frac{15^{4+2\sqrt{3}}}{5^{6+2\sqrt{3}} \cdot 3^{3+2\sqrt{3}}}$

7. Вычислите $(9^{\sqrt{3}-2} - 3^{2\sqrt{3}-3}) \cdot 3^{5-2\sqrt{3}}$

8. Вычислите $(7^{2\sqrt{2}} - 49^{\sqrt{2}-1}) \cdot 7^{-2\sqrt{2}}$

9. Вычислите $\frac{9^{\frac{1}{2}} \cdot 21^4}{7^5}$

10. Внесите множитель под знак корня $2a^3b^2\sqrt[3]{3ab}$, если $x > 0, y > 0$.

11. Вычислить $-2 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

12. Вычислить $\log_6 12 + \log_6 3$.

13. Найти значение выражения

$$81^{-0,75} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$$

14. Вычислить $(\log_2 1024)^{\lg 8}$

15. Разложить на множители $a - 3a^{\frac{1}{3}}$

16. Вычислить $\frac{\ln 128}{\ln 4}$

17. Сократить дробь $\frac{x - 12x^{\frac{1}{2}} + 36}{x^{\frac{1}{2}} - 6}$

18. Найти значение выражения $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot 6^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{6} \cdot 3^{\frac{4}{3}}}$
19. Вычислить $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \sqrt{\frac{1}{16}}$
20. Вычислить: $9^{-\frac{4}{3}} \cdot 27^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$
21. Упростить выражение:
 $\sqrt[3]{27 \cdot 54 \cdot 16}$

Основы тригонометрии

1. Найти знак числа $\sin \frac{5\pi}{3}$. Ответ обоснуйте.
2. Найти знак числа $\operatorname{Ctg} 280^\circ$. Ответ обоснуйте.
3. Найдите знак числа $\cos \frac{5\pi}{6}$. Ответ обоснуйте.
4. Докажите, что $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$
5. Вычислить $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$
6. Используя формулы сложения вычислить $\sin 75^\circ$
7. Докажите тождество $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$
8. Докажите тождество $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$
9. Упростите выражение $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
10. Вычислить $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\sin \alpha = 3/5$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
11. Доказать тождество $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$
12. Преобразовать в сумму $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$
13. Найдите значения остальных тригонометрических функций, если $\operatorname{tg} \alpha = -5/12$; $\pi/2 < \alpha < \pi$
14. Вычислите $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
15. Вычислить: $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = 3/5$; $\pi/2 < \alpha < \pi$, $\cos \beta = -5/13$; $\pi < \beta < 3\pi/2$
16. Вычислить: $\sin(\alpha - \beta)$, если $\cos \alpha = -4/5$; $\pi < \alpha < 3\pi/2$, $\sin \beta = -24/25$; $3\pi/2 < \beta < 2\pi$
17. Найдите $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{40}{41}$, $\cos \beta = -\frac{3}{5}$, $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ и $\beta \in [\pi, 2\pi]$.
18. Вычислите $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

19. Вычислите $\sin \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2}, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}, \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
20. Вычислите $\frac{48 \sin 16^\circ \cos 16^\circ \cos 32^\circ}{\cos 26^\circ}$
21. Вычислите $\frac{32 \sin 21^\circ \cos 21^\circ \cos 42^\circ}{\sin 96^\circ}$
22. Докажите тождество $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$.
23. Докажите тождество $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \sin 2\alpha$.
24. Известно, что $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -2$. Вычислите $\sin \alpha; \cos \alpha; \operatorname{tg} \alpha; \operatorname{ctg} \alpha$;
25. Представьте в виде произведения :
- а) $\cos 78^\circ - \cos 42^\circ$; б) $\sin \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{12}$; в) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{12}$.
26. Докажите тождество: $\frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.
27. Преобразовать разность $\cos(2x+y) - \cos(4x-y)$ в произведение.
28. Вычислить $2 \arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos(\frac{\sqrt{2}}{2})$.
29. Вычислите $2 \operatorname{arctg}(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + 2 \arcsin(-1) + \arcsin 0$.
30. Упростите выражение: а) $\cos(\arcsin x)$, где $x \in [-1; 1]$; б) $\sin(\operatorname{arctg} x)$.
31. Используя графическую иллюстрацию, определите знак разности:
- а) $\arcsin \frac{3}{4} - \arcsin 1$; б) $\arccos \frac{3}{4} - \arccos 1$;
- в) $\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 4$; г) $\operatorname{arctg} 3 - \operatorname{arctg} 1,5$.
32. Найдите значение выражения:
- а) $\arccos(\cos \frac{\pi}{6})$; б) $\arcsin(\sin \frac{\pi}{6})$;
- в) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 1)$; г) $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 1)$;
- д) $\cos(\arccos \frac{\sqrt{2}}{6})$; е) $\sin(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6})$;
- ж) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 1)$; з) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 1)$.
33. Найдите значение выражения:
- а) $\sin(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2})$; б) $\cos(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2})$;
- в) $\cos(\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg} 1)$; г) $\operatorname{tg}(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3})$.
34. Вычислите:
- а) $\arcsin \frac{1}{2}$; б) $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$;
- в) $\operatorname{arctg}(-1)$; г) $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$;
- д) $\arccos 0$; е) $\arcsin 1$;
- ж) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$; з) $\operatorname{arctg} 0$.

1. Построить график функции

$$y = x^{-\frac{2}{3}}$$

2. Построить график функции

$$y = x^{\frac{1}{4}} + 1$$

3. Дана функция $y = \frac{3x}{x+2}$. Найти значения функции в точках $-1, \frac{1}{2}, 10$

4. Найти область определения функции $y = \ln(x^2 - 6x + 10)$

5. Исследовать функцию $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$ на четность и нечетность.

6. Исследовать на четность и нечетность функцию

$$f(x) = \frac{|x|}{\sin x \cos x}$$

7. Построить график функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

8. Построить график функции $y = \frac{1}{2} \cos x$

9. Построить график функции $y = |\cos x|$

10. Построить график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

11. Построить график функции $y = \sin 2x$

12. Построить график функции $y = 2\sin x$

13. Построить график функции $y = \sin(-x)$

14. Построить график функции $y = \operatorname{tg} x + 2$

15. Построить график функции $y = \operatorname{tg} 2x$

16. Построить график функции $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

17. Построить график функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ и найти ее промежутки убывания.

18. С помощью графика функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ выяснить, сколько корней имеет уравнение $\sqrt[3]{x} = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

19. Доказать, что функция $y = \operatorname{tg} 4x$ периодическая с наименьшим положительным периодом $T = \frac{\pi}{4}$ и найдите ее область определения.

20. Выяснить, является ли функция $y=3\sin^2x+\cos 2x$ четной или нечетной, и найти множество её значений.
- $$y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + 1$$
21. Построить график функции $y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + 1$.
22. Построить график функции $y = \cos 2x$ и найти ее промежутки возрастания
23. С помощью графика функции выяснить, сколько корней имеет уравнение $\cos 2x = x^{-\frac{3}{2}}$.
24. Доказать, что функция $y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3}x$ периодическая с наименьшим положительным периодом $T = \frac{3\pi}{2}$ и найдите ее область определения.
25. Выяснить, является ли функция $y = y = 3\sin x - 2\cos x$ четной или нечетной, и найти множество её значений.
- $$y = \frac{1}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$$
26. Построить график функции $y = \frac{1}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$
27. Найдите значение функции $y = 2\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 2$, при $x = \frac{2\pi}{3}$
28. Найдите значение функции $y = -\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ при $x = \frac{\pi}{2}$

Уравнения и неравенства

- Решите уравнение $\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 1$
- Решите уравнение $3\operatorname{tg} \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3}$
- Решите уравнение $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2\operatorname{tg} x$
- Решите уравнение $\cos(1-x) = \frac{1}{2}$
- Решите уравнение $(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 24 = 0$
- Решите уравнение $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
- Решите неравенство $\log_{0,5} (2-5x) \leq -2$
- Решите уравнение $2^{x+1} + 2^x = 24$
- Решите уравнение графически $\left(\frac{1}{2} \right)^x = x + 3$
- Решите уравнение $3^{x+1} + 3^x = 108$
- Решите уравнение $2^{x+2} + 3 \cdot 2^{x+1} + 7 \cdot 2^x = 68$
- Решите уравнение $5^{2x+1} = 5^x + 4$
- Решите уравнение $2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0$

14. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x}$
15. Решите уравнение $\log_2^2 x = \log_2 x + 2$
16. Решите неравенство $0,25^{x-3} \leq 2^{3x-2}$
17. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{2}} x + 3\log_{\frac{1}{2}} x - 4 = 0$
18. Решите неравенство $\frac{1}{4^{x^2}} > 2^{x-3}$
19. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x + 4\log_{\frac{1}{3}} x = 5$
20. Решите неравенство $0,1^{5x-2} > 0,01^{x^2}$
21. Решить уравнение: $\sqrt[3]{3x+9} = 3$
22. Решите неравенство $2^{3+7x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2}$
23. Решите уравнение $27 \cdot 3^{2(x+1)} - 3^{x+2} = 2$
24. Решите уравнение $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$
25. Решите неравенство $\log_4(3 - 4x) \geq -1$
26. Решите неравенство $\log_1(0,6 + 2x) \geq -0,25$
27. Решите уравнение $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$
28. Решите неравенство $\log_{0,8}(3 - 5x) \geq 0$
29. Решите неравенство $\log_{0,25}(x-1) + \log_{0,25}(x+1) > 3$
30. Решить неравенство $\sin x \leq \frac{1}{2}$
31. Решить неравенство $\cos x \geq -\frac{1}{2}$
32. Решите уравнение $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$
33. Решите уравнение $2 \sin^2 x = \cos 2x$
34. Решите уравнение $\cos 4x \cdot \cos 2x = \cos 5x \cdot \cos x$
35. Решите уравнение $3 \sin^2 x - 7 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$
36. Решите уравнение $4 \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1$
37. Решите уравнение $3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 4$
38. Решить уравнение $5^{2x-4} = 25$
39. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x+8) - \log_{\frac{1}{2}}(x-3) > \log_{\frac{1}{2}} 3x$
40. Решите уравнение $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$
41. Решите неравенство $\log_3(x^2 + 2x) \leq 1$
42. Решите неравенство $\log_2(x+5) \leq 0$
43. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{4}}(-x^2 - 8x) \leq -2$

44. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}} x = 12$

45. Решите уравнение $\log_2 x - 4 \log x + 3 = 0$

46. Решите неравенство $2^{x^2+3x} < 2^{x+3}$

47. Решите неравенство $\log_2(4 - 3x) \leq -3$

II семестр

Перечень теоретических вопросов

1. Способы задания и свойства числовых последовательностей.
2. Суммирование последовательностей.
3. Понятие о производной функции, ее геометрический смысл.
4. Понятие о производной функции, ее физический смысл.
5. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
6. Производные суммы, разности, произведения, частного.
7. Производные основных элементарных функций.
8. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
9. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.
10. Вторая производная, ее геометрический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.
11. Вторая производная, ее физический смысл. Нахождение ускорения для процесса, заданного формулой и графиком.
12. Первообразная и интеграл. Свойства.
13. Таблица первообразных.
14. Определенный интеграл, основные свойства и его геометрический смысл. Формула Ньютона—Лейбница.
15. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.
16. Основные понятия комбинаторики. Размещения. Сочетания. Перестановки.
17. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов.
18. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
19. Треугольник Паскаля.
20. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.
21. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)
22. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
23. Параллельность прямой и плоскости.
24. Параллельность плоскостей.
25. Перпендикулярность прямой и плоскости.
26. Перпендикуляр и наклонная.

27. Угол между прямой и плоскостью.
28. Двугранный угол.
29. Угол между плоскостями.
30. Перпендикулярность двух плоскостей.
31. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос.
32. Геометрические преобразования пространства: симметрия относительно плоскости.
33. Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника.
34. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.
35. Многогранники. Параллелепипед. Куб.
36. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.
37. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
38. Сечения куба, призмы и пирамиды.
39. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
40. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
41. Осевые сечения цилиндра и сечения, параллельные основанию.
42. Конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
43. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.
44. Осевые сечения конуса и сечения, параллельные основанию.
45. Шар и сфера, их сечения.
46. Касательная плоскость к сфере.
47. Объем и его измерение. Интегральная формула объема.
48. Объем тела. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.
49. Формулы объема пирамиды и конуса.
50. Формулы объема шара и площади сферы.
51. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.
52. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.
53. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.
54. Формула расстояния между двумя точками. Уравнение сферы.
55. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.
56. Сложение векторов. Умножение вектора на число.
57. Векторы. Координаты. Разложение вектора по направлениям.
58. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось.
59. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.
60. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Перечень задач

Начала математического анализа

1. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$$

2. Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-2}{5x^2+4}$

3. Вычислите: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x_n-5}{x_n^2 \cdot y_n}$

4. Вычислите: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2}$

5. Вычислите: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+n-3n^2}{4-n+2n^2}$

6. Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$

7. Вычислите: $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$

8. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x + 4)$$

9. Вычислите: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x-6}$

10. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 2}$

11. Найдите производную функций: а) $f(x) = 5x^4 + 3x + 7$

б) $f(x) = \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} + 7$

в) $f(x) = (4x - 1)^3$

г) $f(x) = \sqrt{(2x^3 + 3)}$

12. Найдите производную функции $y = x^3(x - \sqrt{x})$

13. Найдите значение производной функции: $f(x) = 3\cos 2x$, при $x = \frac{\pi}{4}$

14. Найдите значение производной функции: $f(x) = \frac{1+4x}{1+2x}$, при $x=1$; $x=0$

15. Найти промежутки монотонности функции и точки экстремума

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$$

16. Найдите производную функции $f(x) = (3x^2 - 5x + 3) \cdot (2x^2 + x - 8)$

17. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 9x^2$, прямыми $x = 2, x = 3$ и осью абсцисс

18. Найти промежутки монотонности функции и точки экстремума

$$y = x^3 - 6x^2 + 16$$

19. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума

$$y = x^3 + 3x + 2$$

20. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума

$$y = -x^3 + 3x - 2$$

21. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 16 - x^2$ и осью абсцисс

22. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

23. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба $f(x) = x^3 + 3x^2 - 12x + 9$

24. Найдите производную функции $y = \frac{\sqrt{x} - 2x^2 - 5x^3}{x - 3x^3}$

25. Найдите производную функции $f(x) = \frac{e^x - 1}{x + 3}$

26. Найти уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 + 1$

27. в точке $x_0 = -1$

28. Найдите производную функции $y = (x^2 - 3x - 1)(1 - 4x - 3x^3)$

29. Найдите производную функции $y = \ln(3x^2 + x + 4)$

30. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы $f(x) = -2x^3 + 33x^2 - 180x + 15$

31. Найдите производную функции $y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

32. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы $f(x) = -2x^3 + 21x^2 - 72x + 9$

33. Найдите производную функции $y = \frac{1}{\ln(x^2 + x^3)}$

34. Найдите производную функции $y = e^{x+1} \cdot \ln(x + 5)$

35. Найдите производную функции $y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$

36. Найти уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ в точке $x_0 = 0$

37. Найдите производную функции $y = (3x + 4) \cdot \ln(x + 1 + x^2)$

38. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$

39. Найдите производную функции $y = \sin(x^2 + 2) \cdot \cos(x - 2)$

40. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

41. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости графика функции $y = x^4 - 6x^2 + 4$

42. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

43. Найдите промежутки монотонности функции и точки экстремума $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

44. Найдите производную функции $f(x) = (x^2 + 2x - 4) \cdot (x^2 - 2x + 5)$

45. Найдите производную функции $f(x) = (x^2 + 2x - 4) \cdot \cos x$

46. Найдите производную функции $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x - 1}$

47. Найдите производную функции $f(x) = \frac{5x^2 - 2x + 3}{x - 5}$

48. Найдите производную функции $f(x) = \frac{\cos x + 1}{\sin x}$

49. Найдите производную функции $f(x) = (x^2 + 4x - 2)^6$

50. Найдите производную функции $f(x) = \sin(x^2 + 3x - 5)$

51. Найдите производную функции $f(x) = \cos(3x - 5)$

52. Найдите производную функции $f(x) = (2x^2 + 8x + 6)^8$

53. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 2$

54. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба $f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x + 2$

55. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба $f(x) = x^3 - 6x^2 - 5x + 23$

56. Исследуйте функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба $f(x) = x^3 + 2x^2 + 62x + 12$

57. Исследовать функцию с помощью производной и построить её график:

$$y = x^3 - 2x^2 + x$$

58. Закон движения материальной точки по прямой задан формулой $S = t^3 - 3t^2 + 3t + 5$. В какой момент времени t скорость точки равна нулю?

59. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = 0,5x^2 - 0,5x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 8$

60. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

$$y = 2tgx - 4x + \pi - 3 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right].$$

61. Для функции $f(x) = 3\sin x$ найдите:

а) множество всех первообразных; б) первообразную, график которой

проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

62. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если

а) $F(x) = x^3 - 4$, $f(x) = 3x^2$; б) $F(x) = 2x - x^2$, $f(x) = 2 - 2x$.

56. Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:

а) $F(x) = 2x^3 - 6x^2 - \operatorname{ctgx} + 7$ и $f(x) = 6x^2 - 12x + \frac{1}{\sin^2 x}$, $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

б) $F(x) = 5x^6 - \ln 7x$ и $f(x) = 30x^5 - \frac{1}{x}$, $x > 0$.

61. Вычислите интеграл $\int (x^2 + 4x + 1)dx$ Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 3x^2$, прямыми $x = 2, x = 4$ и осью абсцисс

62. Вычислите интеграл $\int \frac{2x dx}{3 + x^2}$

63. Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{2}}^2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx$

64. Найти $\int \frac{6x + 7}{3x^2 + 7x + 4} dx$

65. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$

66. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$

67. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x + 3, \quad y = x^2 + 1$$

68. Вычислите интеграл $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 2} dx$

69. Вычислите интеграл $\int \frac{x + 2}{x^2 + 4x - 3} dx$

70. Вычислите интеграл $\int (6x^2 - 12) dx$

71. Вычислите интеграл $\int (e^x + \cos x - 2) dx$

72. Вычислите интеграл $\int (\sin x + 16) dx$

73. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 16 - x^2$ и осью абсцисс

74. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{1}{4} - x^2$ и осью абсцисс

Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

1. В группе 32 студента. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

2. Вычислить: $A_7^3 + A_6^2 + A_5^3$

3. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

4. Вычислить: $\frac{C_{14}^9 + C_{14}^{10}}{C_{14}^{10}} - C_{14}^{10}$

5. В вазе лежат 7 яблок и 4 груши. Не глядя из вазы, последовательно берут 2 фрукта, не возвращая их обратно. Какова вероятность того, что второй извлечена груша, при условии, что вторым извлечено яблоко, при условии, что первой была извлечена груша?

6. В ящике лежат 15 красных и 5 синих шаров. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара оказались красными?

7. В коробке лежат 10 деталей, среди которых 3 легче остальных. Случайным образом на 7 из них сделали напыление. Какова вероятность того, что вынутая из коробки деталь окажется тяжелой с напылением?

8. В вазе стоят 5 гвоздик и 6 нарциссов. Какова вероятность того, что среди трех случайным образом вынутых цветков окажется, по крайней мере, один нарцисс?

9. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Какова вероятность того, что после пяти выстрелов мишень будет поражена хотя бы четырьмя пулями?

10. Среди 12 деталей 5 бракованных. Наугад вынимают 3 детали. Какова вероятность того, что среди вынутых деталей две окажутся бракованными?

11. Найти $P_7 - \bar{A}^6 + \frac{A^3}{C_{10}^2}$.

12. Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7 таким образом, чтобы все цифры в числах были различны?

13. Сколько существует различных кодов, состоящих из двузначного числа, цифры которого выбираются из цифр 1, 2, 3, и следующего за ним трехбуквенного слова, буквы которого выбираются из гласных букв русского алфавита? (Цифры и буквы в коде могут повторяться.)

$$C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$$

14. Используя свойства числа сочетаний, найти $C_5^5 + C_5^5 + C_5^5$.

15. Сколькими способами можно разложить 7 монет по двум карманам так, чтобы ни один карман не был пустым?

$$\frac{P_8}{A_7^5} + C_6^4 - \overline{A}^4.$$

16. Найти
17. Сколькими способами 7 детей ясельной группы можно посадить на 7 стульях?
18. Сколькими способами можно составить набор из 5 карандашей, выбирая их из 8 имеющихся карандашей восьми различных цветов?
19. Шифр сейфа образуется из двух чисел. Первое, двузначное число, образуется из цифр 1, 2, 3, 4 (цифры в числе могут повторяться). Второе, трехзначное число, образуется из цифр 7 и 6. Сколько различных шифров можно использовать в таком сейфе?

$$C_{11}^9 - C_{10}^8.$$

20. Используя свойства числа сочетаний, найти
21. Сколькими способами 6 игроков команды могут рассестись на двух скамейках таким образом, чтобы ни одна из скамеек не пустовала (на одной скамейке могут уместиться не менее 6 человек)?
22. Дан ряд чисел 3,8, 7,2, 6,4, 6,8, 7,2. Найти среднее арифметическое, размах, моду и медиану.

23. В городе пять школ. В таблице приведен средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике. Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу?

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	60	70	30	50	70
Средний балл	60	54	68	72	54

24. В городе пять школ. В таблице приведен средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике. Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу?

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	30	60	40	60	60
Средний балл	66	55	60	64	58

25. При каких значениях x среднее арифметическое ряда чисел 1, 2, 3, 4, x будет равно 3.
26. Дана выборка 2, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 7, 9. Найдите медиану этой выборки.
27. На предприятии вели ежедневный учёт поступивших в течение месяца писем. В результате получили: 39, 43, 40, 0, 56, 38, 24, 21, 35, 38, 0, 58, 31, 49, 38, 25, 34, 0, 52, 40, 42, 40, 39, 54, 0, 64, 44, 50, 38, 37, 32. Для полученного ряда данных найти среднее арифметическое, размах, моду и медиану.
28. Определяя степень засорённости цветочных семян, выясняли, сколько семян сорных растений содержится в каждом из 100 произвольных образом выбранных пакетов с одинаковым числом семян. Получили:

Число семян сорных растений	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число пакетов	3	16	26	17	18	10	3	5	1	1

Найти среднее арифметическое и моду.

29. В таблице показан расход электроэнергии некоторой семьей в течение года:

30. Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Расход электроэнергии, кВтч	85	80	74	62	54	68	58	54	58	64	74	86

к

оманде баскетболистов игроки имеют рост (в см): 200, 192, 192, 200, 180, 200, 189, 192, 195, 190, 190, 192. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

31. Подсчитали объем продаж магазина в течение 10 дней (в тыс. руб.): 45, 39, 33, 37, 31, 29, 41, 41. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

32. Посещаемость сайта за вторую декаду месяца составила: 4300, 4000, 4000, 4100, 4099, 4600, 4097, 4100, 4000, 4200, 4150. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

33. Напряжение в электрической сети за 13 измерений составило (вольт): 227, 214, 242, 223, 242, 223, 242, 220, 212, 241, 239, 223, 242. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

34. Скорость автомобилей, проезжавших перекресток, составила (км/ч): 50, 40, 38, 69, 32, 31, 52, 55, 32, 60, 40, 40. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

35. Студент выписал свои оценки по математике за семестр: 3, 4, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 5, 4. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

36. В ассортименте магазина 13 видов конфет по ценам (руб.): 190, 200, 170, 180, 150, 190, 260, 209, 270, 154, 158, 150, 190. Найти среднюю цену, моду и медиану.

37. Автобус за 10 рейсов перевез пассажиров: 82, 162, 78, 56, 141, 106, 126, 130, 85, 106. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

38. За 7 дней расходы на питание семьи составили (в руб.): 445, 470, 326, 395, 290, 255, 255. Найти среднее арифметическое, моду и медиану.

39. Высота деревьев на аллее составляет (в метрах): 3,2; 2,5; 4,8; 2,2; 2,6; 12,8; 2,1; 3,1; 2,8; 3,1; 4,8; 3,5. Найти среднюю высоту деревьев, моду и медиану.

40. В конкурсе участвуют 12 фирм, из которых жюри должно выбрать три фирмы на 1-е, 2-е и 3-е места. Сколько вариантов решения жюри существует?

41. В соревнованиях по футболу принимают участие 8 команд. Сколько должно состояться матчей, чтобы команды встретились друг с другом по одному разу?

42. Сколькими способами можно распределить 6 пригласительных билетов в группе из 20 студентов?

43. В группе 5 студентов успешно занимаются по математике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 студента для участия в олимпиаде?

44. Членами кооператива являются 10 человек. Из них нужно выбрать руководителя и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

45. Из 1000 собранных на заводе телевизоров 5 штук бракованных. Эксперт проверяет один наугад выбранный телевизор из этой 1000. Найдите вероятность того, что проверяемый телевизор окажется бракованным.

46. В урне 9 красных, 6 жёлтых и 5 зелёных шаров. Из урны наугад достают один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется жёлтым?
47. Петя, Вика, Катя, Игорь, Антон, Полина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
48. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?
49. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.
50. На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?
51. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
52. В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: А, В, С и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу А?
53. На турнир по шахматам прибыло 26 участников в том числе Коля и Толя. Для проведения жеребьевки первого тура участников случайным образом разбили на две группы по 13 человек. Найти вероятность того, что Коля и Толя попадут в разные группы.
54. В классе 16 учащихся, среди них два друга —Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.
55. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.
56. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 спортсменов, среди которых 7 участников из России, в том числе Платон Карпов. Найдите вероятность того, что в первом туре Платон Карпов будет играть с каким-либо спортсменом из России?
57. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашистом из России?

58. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Сергей и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Андрей окажутся в одной группе.
59. В классе 21 ученик, среди них 2 друга – Тоша и Гоша. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Тоша и Гоша попали в одну группу.
60. 1 классе 21 учащийся, среди них две подруги - Аня и Нина. Класс случайным образом делят на семь групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.
61. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.
62. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика (правильной кости) выпадет нечетное число очков.
63. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.
64. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.
65. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$ равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.
66. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.
67. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.
68. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.
69. Вероятность того, что на тесте по химии учащийся П. верно решит больше 8 задач, равна 0,48. Вероятность того, что П. верно решит больше 7 задач, равна 0,54. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 8 задач.
70. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

1. Осевое сечение конуса – правильный треугольник со стороной 12 см. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 30° . Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что $AB=AC=5$ см, $BC=6$ см, $AD=12$ см. Найдите расстояние от концов отрезка AD до прямой BC.
2. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC, если $AB=6$ см.
3. В треугольнике ABC дано: $\angle C = 90^\circ$, $AC=6$ см, $BC=8$ см, CM – медиана. Через вершину C проведена прямая CK, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC, причем $CK=12$ см. Найдите KM.
4. Через сторону AB ромба ABCD проведена плоскость ADM так, что двугранный угол BADM равен 60° . Найдите сторону ромба, если $\angle BAD = 45^\circ$ и расстояние от точки B до плоскости ADM равно $4\sqrt{3}$.
5. Сумма площадей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равна 404 дм^2 , а его ребра пропорциональны числам 3, 7 и 8. Найдите диагональ параллелепипеда.
6. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
7. Угол между образующей и осью конуса равен 45° , образующая равна 6,5 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
8. В прямоугольном параллелепипеде основания равны 3 и 4 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 60° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
9. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.
10. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 12 и 16 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 26 см. Найдите высоту пирамиды.
11. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник. Через середину гипотенузы перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите площадь сечения, если катеты равны 20 и 21 см, а боковое ребро равно 42 см.
12. Основанием пирамиды DABC является треугольник ABC, у которого $AB=AC=13$ см, $BC=10$ см, ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
13. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 дм и 2 дм, а боковое ребро равно 2 дм. Найдите высоту и апофему пирамиды.
14. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получится квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.

15. Толщина боковой стенки и дна стакана цилиндрической формы равна 1 см, высота стакана равна 16 см, а внутренний радиус равен 5 см. Вычислите площадь полной поверхности стакана.
16. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в 30° с плоскостью боковой грани и угол в 45° с боковым ребром. Найдите объем параллелепипеда.
17. Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 5$ см, $AC = 3$ см и наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 .
18. Высота конуса равна 5 см. На расстоянии 2 см от вершины его пересекает плоскость, параллельная основанию. Найдите объем исходного конуса, если объем меньшего конуса, отсекаемого от исходного, равен 24 см^3 .
19. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженное стаканчик, если оно растает? (Ответ подтвердите расчетами)
20. Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Сравните объемы Земли и Луны, считая их шарами.
21. Конический бак имеет глубину 3 м, а его круглый верх имеет радиус 1,5 м. Сколько литров жидкости он вмещает?
22. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
23. Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.
24. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
25. Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
26. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 гр краски?
27. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите площадь основания цилиндра
28. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
29. Найдите диагональ и объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 8 см, 9 см и 12 см.
30. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 5 см, а сторона основания равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
31. Площадь сечения шара плоскостью равна 20 см^2 , а расстояние от центра шара до секущей плоскости равно 4 м. Найдите объем шара.

32. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, катет которого равен 40 м, а гипотенуза равна 41 м. Высота пирамиды равна 20 м. Найдите объем пирамиды.
33. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см, а апофема образует с высотой угол в 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
34. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной, равной 2 см. Найдите объем цилиндра.
35. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60° , а расстояние от центра основания до образующей равно $\sqrt{3}$ м. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
36. Площадь полной поверхности куба равна 24 см^2 . Найдите его объем.
37. Прямоугольник, стороны которого равны 2 см и 5 см, вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объем тела вращения.
38. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $5\sqrt{2}$ м, боковое ребро равно 13 м. Найдите объем пирамиды.
39. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 2 см и 3 см, а диагональ равна 7 см. Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда.
40. Прямоугольный треугольник, катет которого равен 4 м, а гипотенуза равна 5 м, вращается вокруг большего катета. Найдите объем тела вращения.
41. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно $6\sqrt{3}$ м, а сторона основания равна 6 м. Найдите угол между прямыми AB_1 и CD_1 .
42. Высота конуса равна 8 см, а радиус основания равен 6 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
43. Стороны AB и AD основания прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равны 6 м и 8 м, угол между диагональю AC_1 параллелепипеда и плоскостью основания равен 45° . Найдите синус угла между прямой AC_1 и плоскостью $AB B_1$.
44. Диагональ куба равна $2\sqrt{3}$ м. Найдите площадь его полной поверхности.
45. На расстоянии 9 см от центра шара проведено сечение, длина окружности которого равна 24 см. Найдите объем шара.
46. В конусе длина образующей равна 5, а радиус основания равен 4. Найдите объем конуса.
47. Даны три точки: $A(4; -2; 5)$, $B(2; 2; 1)$, $C(3; 6; 1)$ в декартовой прямоугольной системе координат. Найти: а) координаты векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ; б) скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ; в) угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .
48. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(-4; 4; 4)$, $B(3; 1; 0)$, $C(-1; 0; 6)$.
49. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} , если $A(-1; -1; 1)$ и $B(-3; 1; 0)$.
50. Точка M не лежит в плоскости треугольника ABC , K – середина MB . Каково взаимное расположение прямых MA и CK ?

51. Упростите выражение: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{D_1B} + \overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{DC}$ если ABCDA₁ B₁ C₁ D₁ - параллелепипед.
52. Найдите сумму векторов: $\vec{a}(4; 2; -4)$ и $\vec{b}(6; -4; 10)$.
53. Найдите длину вектора $\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.
54. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} , если $A(2; -5; 3)$ и $B(5; 1; -2)$.
55. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора \overrightarrow{AC} .
56. Осевое сечение цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.
57. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания 45° . Сторона основания пирамиды 6 см. Найдите объем пирамиды.
58. Найти скалярное произведение векторов: $\vec{a}(1, -2, 1)$ и $\vec{b}(2, 0, 1)$
59. Найдите угол между векторами: а) $\vec{a}(1, 1, 1)$ и $\vec{b}(1, -1, -1)$,
60. Найти косинус угла между векторами: $\vec{a}(2, -1, 1)$ и $\vec{b}(4, -3, 5)$

2.4. Критерии оценки

2.4.1. Критерии оценки (экзамен)

	Критерии оценки результатов выполнения теоретического задания	Баллы за критерии оценки
		Максимальный балл – 1 балла
1	<ul style="list-style-type: none"> - демонстрирует глубокое, полное знание и понимание программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически верно излагает материал; - дает точное определение и истолкование основных понятий; - при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит верные аргументы, делает правильные выводы; - правильно и обстоятельно отвечает на сопутствующие вопросы. 	1
2	<ul style="list-style-type: none"> - демонстрирует глубокое, полное знание и понимание программного материала; - в основном правильно, без изменения основной сути грамотно и логически верно излагает материал; - допускает несущественные неточности при определении и истолковании основных понятий; - при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит верные аргументы, верно, но с незначительными ошибками делает выводы; - правильно, но совершая незначительные ошибки, отвечает на сопутствующие вопросы. 	0,6
3	<ul style="list-style-type: none"> - раскрывает основное содержание учебного материала, но обнаруживаются существенные пробелы в понимании программного материала - неполно, нарушая последовательность излагает материал; - допускает ошибки в определении и истолковании основных понятий; - при ответе демонстрирует самостоятельность суждений, приводит частично верные аргументы, отдельные выводы нельзя считать верными и обоснованными; - студент испытывает значительные затруднения, отвечая на сопутствующие вопросы. 	0,3
4	<ul style="list-style-type: none"> - не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки; - не знает или дает неверное определение и истолкование основных понятий - не может привести верные аргументы, делает неправильные выводы; - неверно отвечает на сопутствующие вопросы. 	0
	ИТОГО	1

	Критерии оценки практического задания по алгебре	Баллы за критерии оценки
	Ход решения верный, приведено верное обоснованное решение, получен верный ответ	1,5
	Ход решения верный, но допущена одна ошибка вычислительного характера,	1
	Решение начато логически верно, допущена вычислительная ошибка; или решение не доведено до конца, ответ отсутствует	0,5
	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения	0
	ИТОГО	1,5

№	Критерии оценки практического задания по геометрии	Баллы за критерии оценки
1	найден верный способ решения; приведена верная последовательность всех шагов решения; верно обоснованы все ключевые моменты выбранного способа решения; верно отмечены на чертеже свойства всех представленных в условии фигур и их элементов; верно выполнены все преобразования и вычисления; получен верный ответ	1,5
2	найден верный способ решения; приведена верная последовательность всех шагов решения; допущены отсутствия и (или) негрубые ошибки в обоснованиях ключевых моментов; верно отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют важную роль в решении задачи; допущена одна негрубая вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения	1
3	ход решения верный; решение, возможно, не завершено; допущены отсутствия и (или) негрубые ошибки в обоснованиях ключевых моментов; отмеченные на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов имеют неточности; допущены негрубые ошибки в вычислениях и в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения; в результате этих ошибок может быть получен неверный ответ	0,5
4	неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения	0
	ИТОГО	1,5